GUÍA LÓGICA SIMBÓLICA
3os MATEMÁTICA ELECTIVA

DPTO MATEMÁTICA
SR: EUGENIO A. LOPEZ TORRES
(Q.E.P.D)
PROF: O. CEBALLOS. M
COORDINACIÓN 2003
TRIBUTO: PROF DOMINGO A. ALMENDRAS C
(Q.E.P.D)

① Determine si los siguientes enunciados constituyen o no una proposición o sentencia:

a) Ella se llama Elena
b) La matemática es azul
c) La millonésima cifra en el desarrollo decimal de π es 7
d) ¡Que tal!
e) $1+1=5$
f) $x+3<2$

② Considere las proposiciones
p: estudio
q: apruebo matemática
r: seré conductor del comité de matemática

En base a ello, escriba en metalenguaje (simbólicamente)

a) Estudio o no apruebo matemática
b) No estudio ni apruebo matemática
c) Es falso que estudio y apruebo matemática
d) Estudio pero no apruebo matemática
e) Si no estudio no seré conductor del comité de matemática
f) Seré conductor del comité de matemática si y solo si estudio y apruebo matemática.-

③ Determine la verdad o falsedad de los sgtes juicios (El conjunto universo, es el cjto de los enteros)

a) Para todo x: si $x^2=9$ entonces $x=3$
b) Para todo x: si $(x+1)(x-3)=0$ entonces $x=3$
c) Para todo x: si $3x-2=x+4$ entonces $3x=9$
d) Para todo x: si $x+5=7$ entonces $x^2=4$
e) Para todo x: si $4x^2=9$ entonces $x=5$
f) Para todo x: si $2x+1=4$ entonces $x=\frac{3}{2}$

④ Determine la proposición recíproca, contraria y contrarecíproca de las implicaciones dadas:

a) Para todo entero $\underline{x}$: si x es divisible por 3, entonces $2x$ es divisible por 6
b) Para todo entero $\underline{x}$: si $x\neq 0$ entonces x^2 es mayor que cero
c) Para todo triángulo T: Si T es equilátero entonces T es isósceles
d) Para todo cuadrilátero Q: si Q es paralelógramo entonces las diagonales se dimidian.
e) Para todo par de rectas L y M: si L y M son paralelas entonces L y M no se intersectan

(5) Escriba la implicación dada usando el lenguaje de CONDICIÓN SUFIC.

1) Si los ángulos basales de un triángulo son iguales, el triángulo es isósceles.
2) Si dos triángulos son congruentes, sus alturas correspondientes son iguales.
3) Si dos rectas son perpendiculares a la misma recta, ellas son paralelas
4) Si $3x+2=x+4$ entonces $x=1$
5) Si $x^2=0$ entonces $x=0$

(6) Escriba la implicación dada usando el lenguaje de "CONDICIÓN Necesaria"

1) Si un triángulo está inscrito en una semi⊙, entonces es un triángulo rectángulo
2) Si $x=3$ entonces $x^2=9$
3) Si un cuerpo está en equilibrio estático, el vector suma de todas las fuerzas que actúan en él es cero

(7) Escriba los problemas de las implicaciones del ejercicio (6) usando la frase solo si

(8) UN hombre promete a su novia: "Me casaré contigo sólo si obtengo un empleo" Él obtuvo el empleo y rehusó casarse con ella. Ella lo denuncia por quebrantar su promesa. ¿Puede ella desde el pto de vista lógico matemático ganar su denuncia? JUSTIFIQUE

(9) Niegue las siguientes proposiciones

a) $\overline{\bar{p} \vee q}$ b) $\bar{p} \wedge \bar{q}$ c) $p \Rightarrow \bar{q}$ d) $(q \vee \bar{p}) \rightarrow r$

e) $p \Rightarrow (q \wedge r)$ f) $q \wedge r \rightarrow p$ g) $\bar{p} \Leftrightarrow q$ h) $p \vee (q \wedge r)$

i) $p \veebar q$ j) $\overline{\bar{p} \wedge (q \vee \bar{r})}$ k) $(p \Rightarrow \bar{q}) \vee \bar{p}$

(10) Niegue verbalmente las siguientes enunciados

a) Si un entero $p \neq 0 \neq -1 \neq 1$ tiene sólo divisores triviales, es un numero primo
b) Un cuadrilátero es un paralelogramo si y solo si tiene sus lados opuestos paralelos.
c) Un nº natural a es perfecto si la suma de sus divisores naturales distintos de a es a
d) José es un obrero pero María es una profesional

1) Verifique por medio de tablas de verdad si las siguientes proposiciones son tautología, ambigüedad o contradicción

1) $[(p \Rightarrow q) \wedge \bar{p}] \Rightarrow \bar{q}$
2) $[(p \vee q) \wedge r] \Leftrightarrow [(\bar{p} \Leftrightarrow \bar{q}) \vee \bar{r}]$
3) $\overline{\bar{p} \wedge (\bar{q} \vee p)} \Rightarrow q$
4) $[(p \vee q) \wedge (p \vee r)] \Leftrightarrow [p \vee (q \wedge r)]$
5) $[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Leftrightarrow (p \Rightarrow r)$

2) Determine si las siguientes proposiciones son equivalentes o no

1) $[(p \wedge \bar{q}) \vee \overline{q \wedge \bar{p}}]$ con $[(p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow p)]$
2) $(p \Leftrightarrow q)$ con $(\bar{p} \Leftrightarrow \bar{q})$
3) $[p \Rightarrow (q \vee r)]$ con $[(p \Rightarrow q) \vee (q \Rightarrow r)]$
4) $[p \Rightarrow (q \wedge r)]$ con $[\bar{p} \vee (q \wedge r)]$
5) $\overline{p \vee q}$ con $\bar{p} \vee \bar{q}$

3) Simplifique:

1) $p \Rightarrow [\bar{q} \Rightarrow (p \vee q)]$
2) $(\bar{q} \Leftrightarrow r) \vee \bar{r}$
3) $(\bar{p} \Rightarrow q) \Leftrightarrow \overline{p \vee \bar{q}}$
4) $p \wedge [(q \wedge \bar{p}) \Rightarrow (p \vee \bar{q})]$
5) $p \vee [(q \Rightarrow \bar{q}) \wedge (p \Rightarrow \bar{p})]$

4) Demuestre las siguientes equivalencias utilizando conectivos lógicos

1) $[(p \Rightarrow q) \wedge (\bar{p} \Rightarrow q)] \Leftrightarrow q$
2) $[(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)] \Leftrightarrow [p \Rightarrow (q \wedge r)]$
3) $[(p \Rightarrow \bar{q}) \wedge (q \wedge \bar{p})] \Leftrightarrow \overline{q \Rightarrow p}$
4) $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (\bar{p} \wedge \bar{q})$
5) $(p \wedge q) \Leftrightarrow [(p \vee q) \wedge (p \Leftrightarrow q)]$
6) $[(p \wedge q) \Rightarrow r] \Leftrightarrow [(p \wedge \bar{r}) \Rightarrow \bar{q}]$

(15) Si p y r son proposiciones verdaderas y q es falsa determine el valor de verdad de:

a) $[(p \wedge \overline{q}) \vee \overline{r}] \rightarrow q$

b) $[(\overline{r} \vee q) \wedge (r \vee \overline{p})] \leftrightarrow \overline{r}$

c) $[(\overline{p} \Rightarrow q) \Rightarrow \overline{r}] \vee \overline{q} \Rightarrow r$

(16) ¿Qué condiciones debe satisfacer p y q para que la siguiente proposición sea falsa?

$[(q \leftrightarrow p) \wedge \overline{q}] \rightarrow (p \wedge \overline{q})$

(17) Cuál(es) de las siguientes proposiciones compuestas es(son) equivalente(s) a: $(\overline{p} \vee \overline{q}) \wedge r$

a) $p \Rightarrow (\overline{q} \wedge r)$

b) $(p \Rightarrow q) \wedge r$

c) $(p \Rightarrow \overline{q}) \wedge r$

d) $p \rightarrow (q \vee r)$

(18) Sean p y q proposiciones. Se define la proposición "ni q ni p" la que denotamos por $p \downarrow q$ por la siguiente tabla de verdad:

p	q	$p\downarrow q$
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	V

a) Probar que $\overline{p} \Leftrightarrow (p \downarrow p)$ y que $(p \vee q) \Leftrightarrow (p \downarrow q)$

b) Expresar las proposiciones $p \Rightarrow q$ y $q \wedge p$ usando sólo $\downarrow$ y $-$

(19) Sean p y q proposiciones. Definamos la proposición:

$(p \vdash q) \Longleftrightarrow$ (Existe una proposición r tal que $(p \Rightarrow r) \wedge (r \Rightarrow q)$)

pruebe que $(p \vdash q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$

(20) Sean p, q, r tres proposiciones tales que r es falsa $(p \Leftrightarrow \overline{q})$ es verdadera y $(q \Rightarrow r)$ es verdadera. Deduzca el valor de verdad de p

(21) Negar las siguientes proposiciones:

a) $(\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R})\ x < y$

b) $(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R})\ x \geq y$

c) $(\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R})\ x > 1 \wedge y \leq 1$

d) $(\forall \varepsilon \in \mathbb{R}^+)(\exists n_0 \in \mathbb{N})(\forall n > n_0)\ |a_n| < \varepsilon$

e) $(\forall x \in \mathbb{Q})(\forall \varepsilon > 0)(\exists y \in \mathbb{Q}')\ \frac{\varepsilon}{3} < |x-y| < \frac{\varepsilon}{2}$

(22) Considere el conjunto $A=\{-1,-\frac{1}{2},0,\frac{1}{2},1\}$ Diga si las siguientes proposiciones son verdaderas o Falsas (JUSTIFIQUE)

$(\forall x,y\in A)(x+y\leq 1)$

$(\forall x\in A)(\exists y\in A)(x^2\leq y)$

Escriba la negación de las proposiciones anteriores.-

(23) Sea S un conjunto de números reales Se dice que S es un <u>punto aislado</u> de S si existe un número real positivo <u>d</u> tal que para todo punto $y\in S$ la distancia entre <u>x</u> e <u>y</u> es mayor o igual que <u>d</u>

a) Escribir la definición de punto aislado usando cuantificadores

b) Demostrar que si $x\in S$ entonces <u>x</u> no es punto aislado de S

c) Sea $S=\{1, 1/2, 1/3, 1/4, ----\}$ Probar que el origen no es punto aislado de S

(24) Determinar el valor de verdad de los siguientes enunciados

a) $(\forall x\in\mathbb{R})(x^2=x)$

b) $(\exists x\in\mathbb{R})(2x=x)$

c) $(\exists x\in\mathbb{R})(x^2+3x-2=0)$

d) $(\forall x\in\mathbb{R})(x-3<x)$

e) $(\exists x\in\mathbb{R})(x^2-2x+5=0)$

f) $(\forall x\in\mathbb{R})(2x+3x=5x)$

(25) Se pide escribir en metalenguaje:

a) Todo Natural es positivo

b) Ciertos Naturales son pares

c) a lo menos un natural es primo par

d) Ningun Natural es negativo

e) Existe en $\mathbb{N}$ un elemento neutro multiplicativo

f) Existe en $\mathbb{N}$ un elemento idemporente para la multiplicación

<u>Observación</u> : algunos de los problemas planteados en esta guía corresponden a la Guía 1 - 2003 del curso MA - 11A de la Escuela de Ingeniería de la Universidad de Chile con la cual el INSTITUTO NACIONAL tiene convenio firmado por los rectores Srs RIVEROS - RIQUELME

<u>Otros</u> : del texto Teoría de Cjtos serie Schaüm

: del texto Fundamentals Freschman Mathematics Allendoerfer and Oakley

: de mi cosecha personal